Image, Modélisation et Rendu
Parcours Multimédia, Département SN
Parcours IATI, Département 3EA
Des transformations à l'analyse d'images
Partie II

Sylvie Chambon
schambon@enseeiht.fr

3 février 2026

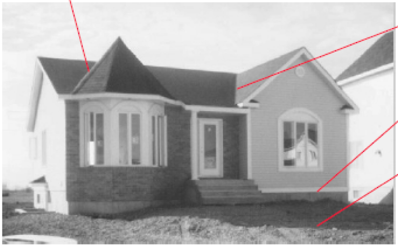
Plan de la présentation

Définitions et notion de dérivée

Définitions

Un contour = frontière séparant deux objets/entités
En **pratique** *= variation d'intensité*

de profondeur



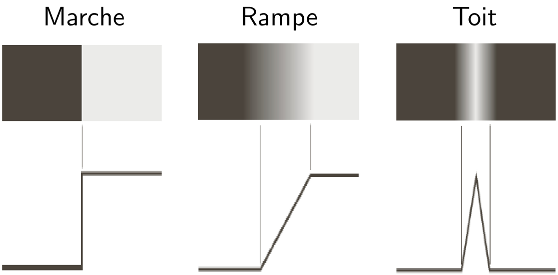
d'orientation
de surface

de réflectance

d'illumination

Définitions et notion de dérivée

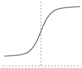
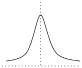
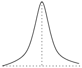
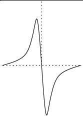
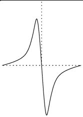
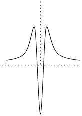
Notion de dérivées



Profil théorique : Pourquoi choisir marche ou toit alors qu'on observe rampe ?

Définitions et notion de dérivée

Notion de dérivée

Profil	 Marche	 Toit
Dérivée première	 Maximum	 Passage par zéro
Dérivée seconde	 Passage par zéro	 Minimum

Définitions et notion de dérivée

Notion de dérivée

- Contours de type marche ou toit (mais surtout marche)
- Favorisés car profils des dérivées plus faciles à analyser qu'avec une rampe
- **Si nous choisissons un des deux modèles, nous détecterons moins bien les contours qui suit le deuxième modèle**
- Tout le raisonnement proposé pour un contour de type marche est strictement généralisable au cas des contours de type toit

Plan de la présentation

Algorithme de détection basique

<u>Données</u>

Image à traiter : I

Image binaire représentant les contours : I_c

<u>Algorithme de calcul de contours</u>

1. <u>Pour</u> chaque $(x, y) \in I$ <u>faire</u>

   Calcul du gradient en évaluant sa norme et son gradient

   - Norme : $\|\nabla I(x, y)\| = \sqrt{(I_x^2 + I_y^2)}$
   - Direction : $\theta = \text{arctan}\left(\frac{I_y}{I_x}\right)$

   ou calcul du laplacien

2. Seuillage de l'image ou des images

   ou détection des passages par zéro

3. Fermeture des contours

Analyse de cet algorithme

- Variations induites par
  1. Manière d'effectuer le seuillage l'image
  2. Utilisation ou non d'une étape de fermeture
  3. Filtre utilisé pour le calcul de la dérivée

Analyse de cet algorithme

- Variations induites par
  1. Manière d'effectuer le seuillage l'image
  2. Utilisation ou non d'une étape de fermeture
  3. Filtre utilisé pour le calcul de la dérivée
- Dérivées premières : seuillage effectué avec l'image des normes

Seuillage/binarisation

- Choix du seuillage délicat : Otsu, distribution gaussienne
- **Seuillage par hystérésis**

Seuillage/binarisation

- Choix du seuillage délicat : Otsu, distribution gaussienne
- **Seuillage par hystérésis**
  - Deux niveaux de seuils : S_h, un seuil haut, et S_b un seuil bas : $S_b < S_h$

Seuillage/binarisation

- Choix du seuillage délicat : Otsu, distribution gaussienne
- **Seuillage par hystérésis**
  - Deux niveaux de seuils : S_h, un seuil haut, et S_b un seuil bas : $S_b < S_h$
  - Étapes
    1. Sélection de $I_h = \{I(x,y) | \|\nabla I(x,y)\| \geq S_h\}$ (points fiables)
    2. Sélection de $I_b = \{I(x,y) | \|\nabla I(x,y)\| \geq S_b \text{ et } \exists\ I(k,l)\ \in \mathcal{V}(x,y) \mid I(k,l) \in I_h\}$
    3. $I_h = I_h \bigcup I_b$

Seuillage/binarisation

- Choix du seuillage délicat : Otsu, distribution gaussienne
- **Seuillage par hystérésis**
  - Deux niveaux de seuils : S_h, un seuil haut, et S_b un seuil bas : $S_b < S_h$
  - Étapes
    1. Sélection de $I_h = \{I(x,y) | \|\nabla I(x,y)\| \geq S_h\}$ (points fiables)
    2. Sélection de $I_b = \{I(x,y) | \|\nabla I(x,y)\| \geq S_b \text{ et } \exists\ I(k,l)\ \in \mathcal{V}(x,y) \mid I(k,l) \in I_h\}$
    3. $I_h = I_h \bigcup I_b$
  - (2) et (3) sont répétés de manière itérative jusqu'à ce que $I_b = \emptyset$

Seuillage/binarisation

- Choix du seuillage délicat : Otsu, distribution gaussienne
- **Seuillage par hystérésis**
  - Deux niveaux de seuils : S_h, un seuil haut, et S_b un seuil bas : $S_b < S_h$
  - Étapes
    1. Sélection de $I_h = \{I(x,y) | \|\nabla I(x,y)\| \geq S_h\}$ (points fiables)
    2. Sélection de $I_b = \{I(x,y) | \|\nabla I(x,y)\| \geq S_b \text{ et } \exists \; I(k,l) \; \in \mathcal{V}(x,y) \mid I(k,l) \in I_h\}$
    3. $I_h = I_h \bigcup I_b$
  - (2) et (3) sont répétés de manière itérative jusqu'à ce que $I_b = \emptyset$
  - **Avantages :** contours mieux fermés et choix des seuils moins sensible

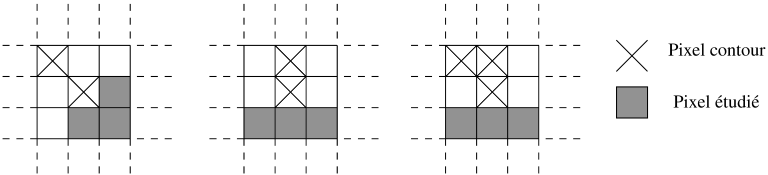
Seuillage/binarisation

- Choix du seuillage délicat : Otsu, distribution gaussienne
- **Seuillage par hystérésis**
  - Deux niveaux de seuils : S_h, un seuil haut, et S_b un seuil bas : $S_b < S_h$
  - Étapes
    1. Sélection de $I_h = \{I(x,y) | \|\nabla I(x,y)\| \geq S_h\}$ (points fiables)
    2. Sélection de $I_b = \{I(x,y) | \|\nabla I(x,y)\| \geq S_b \text{ et } \exists\ I(k,l)\ \in \mathcal{V}(x,y) \mid I(k,l) \in I_h\}$
    3. $I_h = I_h \bigcup I_b$
  - (2) et (3) sont répétés de manière itérative jusqu'à ce que $I_b = \emptyset$
  - **Avantages :** contours mieux fermés et choix des seuils moins sensible
  - **Contraintes à ajouter :** Lien entre les deux seuils

Fermeture de contours

- **Motivations**
  1. Manques dus à la présence de bruit ou à des occultations
  2. Erreurs dues à des leurres dans les images
- **Principes utilisés**
  1. **Configuration des points**
  2. Direction du gradient
  3. Suppression des contours non-fermés

Fermeture de contours par configuration de points



Représentation des contours par codage de Freeman

Un exemple ensemble

- **Principe :** Représentation compact d'un contour en numérotant les 8 directions possibles pour un point de contour, et en considérant qu'un élément de contour relie 2 pixels connexes
- **Étapes :**
  1. Choix du nombre de directions (4 ou 8)
  2. Choix d'un pixel initial
  3. Codage de la direction qui permet de passer au pixel contour suivant.

  L'étape (3) est réalisée jusqu'à revenir au point initial.

Plan de la présentation

Calcul de dérivées premières

Illustration du gradient

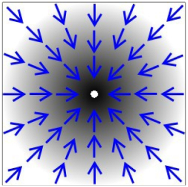
Approximation par différences finies

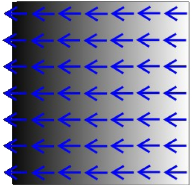
- Principe = Calculer des différences finies pour approximer les dérivées

$\rightarrow$ Fondement mathématique pour estimer les dérivées de fonctions

- Plusieurs directions sont possibles, d'où deux filtres :
  1. un pour calculer la dérivée suivant les lignes
  2. un suivant les colonnes
- Définition :

  Vecteur gradient = vecteur contenant ces deux dérivées





Calcul de dérivées premières

Convolution sans lissage

Nom	F_x	F_y
Différences de pixels 1	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Différences de pixels 2	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Roberts	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Calcul de dérivées premières

Convolution avec pondération

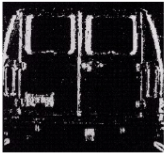
Prewitt	$\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
Sobel	$\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
Frei-Chen	$\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -\sqrt{2} & -1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Calcul de dérivées premières

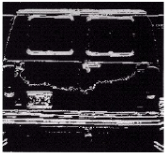
Exemples de détection : effet des filtres directionnels

Image

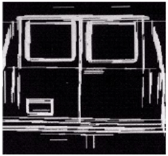
Verticaux



Horizontaux



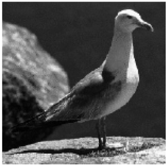
Norme



Calcul de dérivées premières

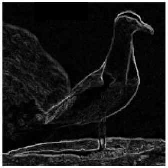
Exemples de détection : effet des différents filtres

Image

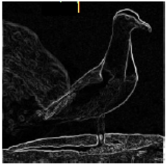


Roberts

Prewitt



Sobel



Calcul de dérivées premières

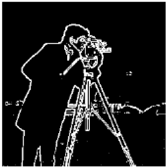
Exemples de détection : effet du seuillage

Image

Sans seuil

Seuil $=25$

Seuil $=60$



Calcul de dérivées premières

Analyse et conclusion sur ces opérateurs basiques

- Sensible aux bruits
- Nécessité d'un lissage
- Filtrage, par exemple, gaussien

Calcul de dérivées premières

Convolution avec lissage

- On souhaite calculer

$$I^{'} = (I \times f)^{'}$$

Calcul de dérivées premières

Convolution avec lissage

- On souhaite calculer

$$I^{'} = (I \times f)^{'}$$

- En utilisant la transformée de Fourier, sachant que f est la réponse impulsionnelle d'un filtre

$$(I \times f)^{'} = I \times f^{'}$$

- De même : $(I \times f)^{''} = I \times f^{''}$

Calcul de dérivées premières

Convolution avec lissage

- On souhaite calculer

$$I^{'} = (I \times f)^{'}$$

- En utilisant la transformée de Fourier, sachant que f est la réponse impulsionnelle d'un filtre

$$(I \times f)^{'} = I \times f^{'}$$

- De même : $(I \times f)^{''} = I \times f^{''}$

On peut calculer la dérivée tout en effectuant un lissage si on filtre avec la dérivée d'un filtre de lissage.

Calcul de dérivées premières

Exemples de masques obtenus avec la dérivée gaussienne

- **1D**

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

Calcul de dérivées premières

Exemples de masques obtenus avec la dérivée gaussienne

- **1D**

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

- **Dérivée en 1D**

$$f^{'}(x) = \frac{-x}{\sqrt{2\pi}\sigma^3} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

Calcul de dérivées premières

Exemples de masques obtenus avec la dérivée gaussienne

- **1D**

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

- **Dérivée en 1D**

$$f^{'}(x) = \frac{-x}{\sqrt{2\pi}\sigma^3} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

- **2D**

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

Calcul de dérivées premières

Exemples de masques obtenus avec la dérivée gaussienne

- **1D**

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

- **Dérivée en 1D**

$$f^{'}(x) = \frac{-x}{\sqrt{2\pi}\sigma^3} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

- **2D**

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

- **Dérivée en 2D, en x, et en y**

$$f_{x/y}(x) = \frac{-x/y}{2\pi\sigma^4} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}}$$

Calcul de dérivées premières

Exemples de masques obtenus avec la dérivée gaussienne

- Masque en 1D avec une taille de 5

$$F_5^{'} = \begin{pmatrix} f^{'}(-2) & f^{'}(-1) & f^{'}(0) & f^{'}(1) & f^{'}(2) \end{pmatrix}$$

- Masque en x en 2D avec une taille de 3

$$F_{3,3}^{'} = \begin{pmatrix} f^{'}(-1,-1) & f^{'}(-1,0) & f(-1,1) \\ f^{'}(0,-1) & f^{'}(0,0) & f^{'}(0,1) \\ f^{'}(1,-1) & f^{'}(1,0) & f^{'}(1,1) \end{pmatrix}$$

Calcul des dérivées

Exemples de masques obtenus avec la dérivée gaussienne

Simplification car $f^{'}(x) = -f^{'}(x)$

$$F_5^{'} = \begin{pmatrix} f^{'}(2) & f^{'}(1) & 0 & f^{'}(1) & f^{'}(2) \end{pmatrix}$$

$$F_{3,3}^{'} = \begin{pmatrix} f(-1,1) & f(-1,0) & f(-1,1) \\ 0 & 0 & 0 \\ -f(-1,1) & -f(-1,0) & -f(-1,1) \end{pmatrix}$$

Calcul des dérivées

Exemples de masques obtenus avec la dérivée gaussienne

Normalisation par la somme des éléments positifs

$$\boxed{F_5^N = \frac{1}{f'(1)+f'(2)} F_5 \text{ et } F_{3,3}^N = \frac{1}{f(-1,0)+2f(-1,1)} F_{3,3}.}$$

Plan de la présentation

Calcul des dérivées secondes

Par convolution

$$\nabla^2 I(x, y) = I_{xx}(x, y) + I_{yy}(x, y).$$

- Approximation du calcul du laplacien en intégrant un passage par zéro au niveau du pixel étudié
- Somme des poids $= 0$
- Coefficients opposés entre le centre et le reste des pixels du masque

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Le Laplacien est sensible au bruit d'où le laplacien de gaussien.

Calcul des dérivées secondes

Par laplacien de gaussien ou *Laplacian of Gaussian, LoG*

$$LoG(x, y) = g_{xx}(x, y) + g_{yy}(x, y),$$

où g_{xx}, respectivement g_{yy}, sont les dérivées secondes de la gaussienne, en x, respectivement en y. Après développement de cette formule, nous obtenons :

- Après développement

$$LoG(x, y) = -\frac{1}{\pi\sigma^4}\left(1 - \frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}.$$

- Approximation du laplacien, plus robuste au bruit, moins coûteux en temps de calculs :

  Différences de gaussiennes ou DoG, Difference Of Gaussian