



Image, Modélisation et Rendu

Parcours Multimédia, Département SN

Parcours IATI, Département 3EA

Des transformations à l'analyse d'images

Partie I

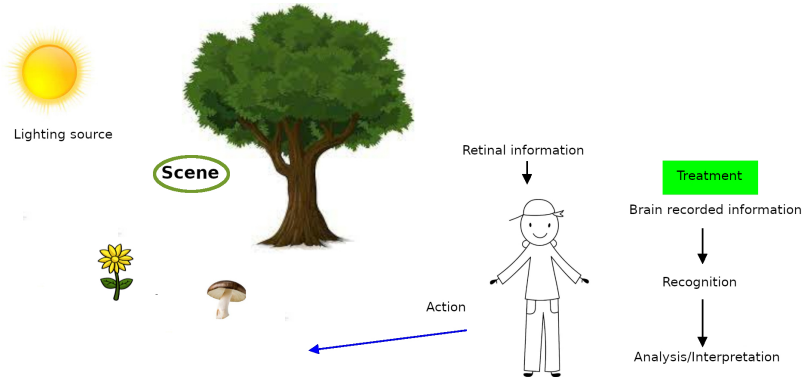
Sylvie CHAMBON
schambon@enseeiht.fr

27 janvier 2026



Introduction

Vision humaine





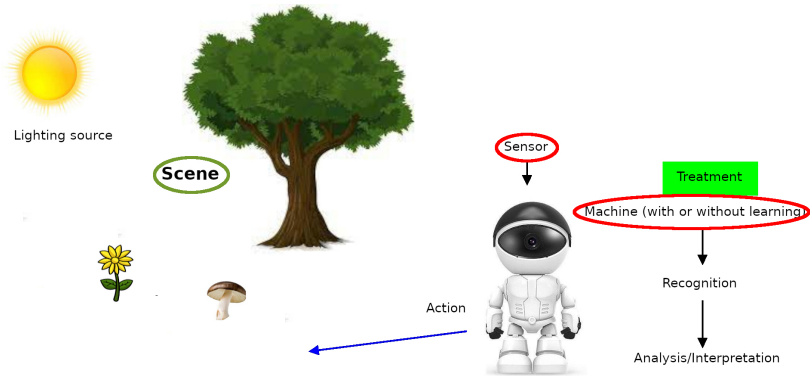
Introduction

Objectifs/Buts de la vision artificielle

- **Objectifs** : Atteindre les performances du système humain
- **Buts** : Réaliser des tâches humaines difficiles ou fastidieuses par des machines

Introduction

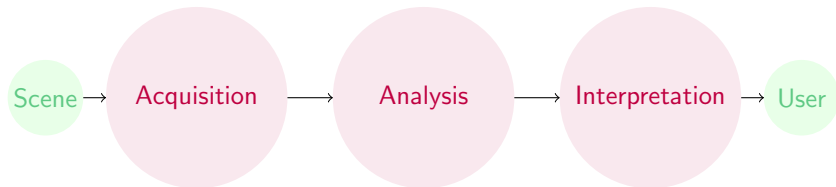
Traitement d'images/Vision par ordinateur





Introduction

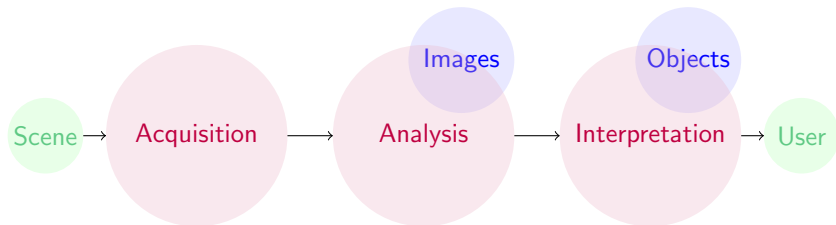
Traitement d'images/Vision par ordinateur





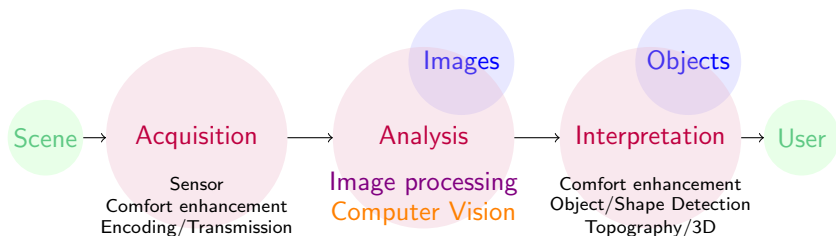
Introduction

Traitement d'images/Vision par ordinateur



Introduction

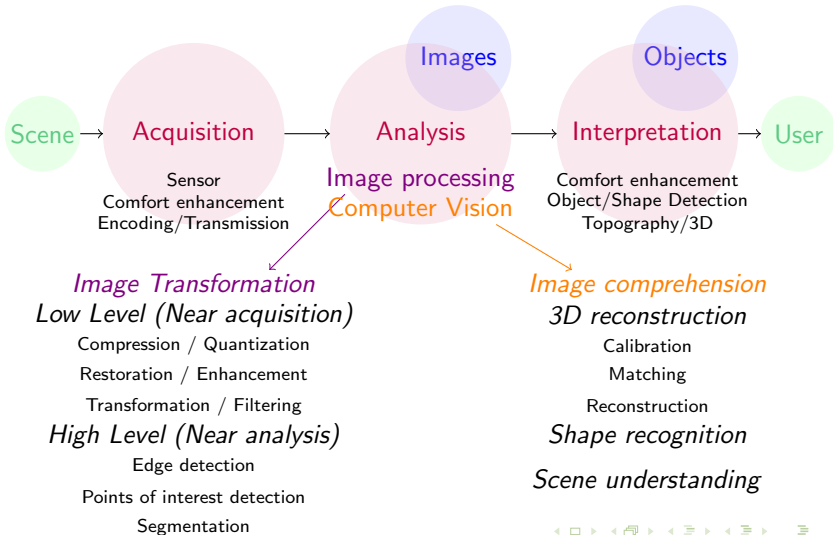
Traitement d'images/Vision par ordinateur





Introduction

Traitement d'images/Vision par ordinateur





Quelle place pour l'apprentissage dans ce cours ?

- Apprentissage supervisé

Def. Programmes capables de réaliser une tâche sans la coder explicitement

- Apprentissage par l'expérience de la tâche

Ssi il existe une mesure de performance qui augmente avec l'expérience [Mitchell 1997]

- Deux éléments pour faire de l'apprentissage
 1. Une base d'apprentissage = base de données annotées
 2. Un prédicteur qui minimise la différence

entre les étiquettes réelles et les étiquettes prédites

- Algorithmes connus

- Arbre de décisions [Quinlan 1986]
- Forêts aléatoires [Breiman 2001]
- Réseaux de neurones [McCulloch 1943]



Pourquoi les réseaux de neurones sont populaires depuis 2010 ?

- **Neurone**: Proche du concept en biologie
- **Perceptron**: plusieurs entrées, codées dans un vecteur \mathbf{x} pondérés, avec les poids \mathbf{w}
une seule réponse y [Rosenblatt 1958]:

$$y = f(\mathbf{w}^T \mathbf{x} + b), \quad (1)$$

avec b , le bias, f , la fonction d'activation

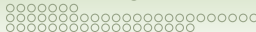
Rq: **Modèle perceptron = Pas de résolution de problème non-linéaire**
[Marvin 1969]

- Avec [Rumelhart 1986]: prise en compte de plusieurs couches
 - Couche d'entrée : les données
 - Couche de sortie : le résultat
 - Couches intermédiaires = couches cachées
- **Apprentissage profond** = au moins 2 couches cachées
- LeNet network [Lecun 1998] : 5 couches
- AlexNet network [Krizhevsky 2012]: dizaines de couches



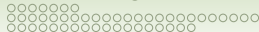
Pourquoi les réseaux de neurones sont populaires depuis 2010 ?

- **Difficultés des approches basées réseaux de neurones**
 1. Coûteux
 2. Bases de données annotées conséquentes
- **Ce qui a permis leur utilisation**
 1. Plus facile d'acquérir des données (capteurs)
 2. Accès facilité à des données existantes (partage et transfert)
 3. Annotation simplifiée (plateforme de crowdsourcing)
 4. Augmentation des puissances de calculs
 5. Meilleure compréhension et utilisation des fonctions d'activation sigmoïde (pas efficace)
reLU rectified Linear Unit [Nair 2010]
- Travaux connus [LeCun 2015] , [Goodfellow 2016]



Objectifs d'apprentissage

- (1) Connaître les outils fondamentaux pour analyser et transformer une image**
 1. Savoir étudier la dynamique des niveaux de gris (histogramme)
 2. Connaître les outils de convolution et de filtrage
 3. Savoir utiliser les filtres de convolution
- (2) Découvrir et apprendre les éléments liés à la détection de contours**
 1. Apprendre à construire un filtre de convolution pour calculer la dérivée
 2. Connaître l'algorithme classique de détection de contours.
- (3) Découvrir et apprendre différentes techniques de segmentation**
 1. Savoir distinguer les approches fond/forme des approches pour plus de deux régions
 2. Apprendre et distinguer les différentes catégories de méthodes de segmentation
 3. Connaître en détails et savoir coder la méthode des k-moyennes



Objectifs d'apprentissage

- (4) **Savoir évaluer qualitativement et quantitativement un résultat de segmentation**
 1. Comprendre la notion de segmentation de référence
 2. Connaître les différentes mesures d'évaluation
- (5) **Comprendre les méthodes de sur-segmentation appelées superpixels**
 1. Comprendre la différence entre segmentation et sur-segmentation
 2. Savoir analyser les différents éléments d'une méthode de sur-segmentation : attributs et propriétés utilisées ainsi que méthode de construction
 3. Coder une approche connue : SLIC
- (6) **Partie pratique : Concevoir une chaîne de traitement complète pour segmenter une image**

Objectifs d'apprentissage : Conclusion

Vous devez être capable d'analyser une image donnée en :

- Identifiant les difficultés de la scène en terme d'extraction de contours ou de segmentation
- Proposant des solutions que vous savez justifier

Temps de travail

- Introduction : 30 minutes
- Chapitre 1 : 1 ou 2h
- Chapitre 2 : 1 ou 2h
- Chapitre 3 : 1 ou 2h
- Chapitre 4 : 1 ou 2h
- Chapitre 5 et 6 (en bonus) : 1h



Introduction

Notations/Définitions

Binaire



Niveau de gris



Couleur



3D



Introduction

Représentation d'une image : du continu vers le discret

En continu:

$$\begin{aligned}
 I &: \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m \\
 \mathbf{p} &\longmapsto I(\mathbf{p}),
 \end{aligned}$$



Introduction

Représentation d'une image : du continu vers le discret

Type	Représentation	Machine	Oeil humain
BINAIRE	$I : \mathbb{R}^2 \rightarrow [0; 1]$	noir = 0, blanc = 1	
NIVEAU DE GRIS	$I : \mathbb{R}^2 \rightarrow [0, 255]$	256 niveaux (1 octet)	64 niveaux
COULEUR	$I : \mathbb{R}^2 \rightarrow [0, 255] \times [0, 255] \times [0, 255]$	16 millions de couleurs (3 octets)	350000 couleurs
3D	$I : \mathbb{R}^3 \rightarrow [0, 255]$ OU $[0, 255] \times [0, 255] \times [0, 255]$		

Introduction

Représentation d'une image : du continu vers le discret

Binaire



Niveau de gris

250	252	184	41	54
133	138	20	24	56
117	89	34	56	54
252	184	184	124	250

Couleur

54	57	56	22	88	
	252	56	56	117	54
	250	252	184	41	54
	133	138	20	24	56
	117	89	34	56	54
	252	184	184	124	250

3D

110	56	125	98	88	
	122	118	104	101	110
	100	161	147	52	125
57	56	12	8	88	
	22	11	18	54	22
	10	16	17	4	54
54	57	56	12	88	
	252	56	56	117	54
	250	252	184	41	54
	133	138	20	24	56
	117	89	34	56	54
	252	184	184	124	250



Introduction

Notations

Nous utilisons souvent le terme norme et en particulier nous utilisons les normes L_p définies par :

$$L_P((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = (|x_1 - x_2|^P + |y_1 - y_2|^P)^{\frac{1}{P}}. \quad (2)$$

Nous avons donc L_1 qui est la somme des différences en valeur absolue et qui est également appelée *city-block*. La norme L_2 est la distance euclidienne.



Introduction

Suite des notations

- I : une image qui à chaque point/pixel \mathbf{p} associe un niveau de gris noté $I(x, y)$;
- $I_x, I_y, I_{xx}, I_{yy}, I_{xy}$: images des dérivées premières et secondes de l'image ;
- $I_x(x, y), \dots, I_{xy}(x, y)$: valeurs des dérivées premières et secondes au point \mathbf{p} ;
- Pour simplifier, on notera I_x pour $I_x(x, y) \dots$
- Lissage : à définir
- Padding : à définir



Transformations d'images

- Types de transformation

- Transformations ponctuelles

- Transformations locales

Détection de contours

- Définitions et notion de dérivée

- Algorithme de détection basique

- Calcul de dérivées premières

- Calcul des dérivées secondes



Transformations d'images

- Types de transformation

- Transformations ponctuelles

- Transformations locales

Détection de contours

- Définitions et notion de dérivée

- Algorithme de détection basique

- Calcul de dérivées premières

- Calcul des dérivées secondes



Plan de la présentation

Tranformations d'images

- Types de transformation

- Transformations ponctuelles

- Transformations locales

Détection de contours



Classement des types de transformation (1)

Nous parlons ici des filtres utilisés, et non des images acquises. Il n'y a donc aucune image spatiale ou fréquentielle.

- Locales/globales
- Spatiales : histogrammes, filtrage, convolution
versus fréquentielles : Fourier



Classement des types de transformation (2)

	SPATIALE	FRÉQUENTIELLE	MORPHOLOGIQUE
<i>Ponctuelle</i>	<i>Look Up Table / Histogrammes</i>	-	-
<i>Locale</i>	Filtrage/Convolution	Filtrage/Convolution	Morphologie mathématique
<i>Globale</i>	Filtrage/Convolution	Fourier	-



Classement des types de transformation (2)

	SPATIALE	FRÉQUENTIELLE	MORPHOLOGIQUE
<i>Ponctuelle</i>	<i>Look Up Table / Histogrammes</i>	-	-
<i>Locale</i>	Filtrage/Convolution	Filtrage/Convolution	Morphologie mathématique
<i>Globale</i>	Filtrage/Convolution	Fourier	-



Quelques notations (2)

Notion de voisinage de \mathbf{p} – Notion de connexité

- Ensemble de pixels \mathbf{p}' à une distance d donnée

Tels qu'il existe un chemin de \mathbf{p} à \mathbf{p}' tel que les pixels qui le constituent appartiennent à $\mathcal{V}(x, y)$.

- d peut être
 - une distance euclidienne (L_2)
 - de type *city-block* (L_1)
 - ou encore *chess board* ou distance de Chebyshev

$$L_\infty = \max(|x - x'|, |y - y'|)$$



Plan de la présentation

Tranformations d'images

- Types de transformation

- Transformations ponctuelles

- Transformations locales

Détection de contours



Transformations ponctuelles

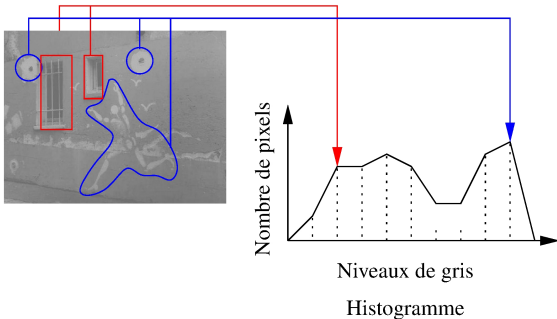
Notions d'histogramme





Transformations ponctuelles

Notions d'histogramme





Transformations ponctuelles

Définition 1 : Histogramme

Un histogramme fournit le nombre de pixels pour chaque niveau de gris, sachant que l'image possède N pixels :

$$H : [0, N_{\max}] \longrightarrow [0, N]$$

$$i \longmapsto H(i) \text{ où } H(i) = \#\{(x, y) | I(x, y) = i\}$$



Transformations ponctuelles

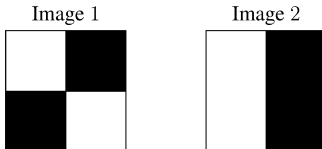
Utilisation de l'histogramme

- Permet d'étudier la dynamique de l'image (le **contraste**)
- Donne une vue d'ensemble de la **distribution des niveaux de gris**
- Permet de mettre en évidence les **populations significatives dans l'image**

Transformations ponctuelles

Utilisation de l'histogramme

- Permet d'étudier la dynamique de l'image (le **contraste**)
- Donne une vue d'ensemble de la **distribution des niveaux de gris**
- Permet de mettre en évidence les **populations significatives dans l'image**
- **Par contre, l'histogramme ne permet pas de localiser les populations d'intérêt**



Transformations ponctuelles

Définition 2 : Histogramme normalisé

$$H_n(i) = \frac{H(i)}{N}$$

Cadre probabiliste : densité de probabilité



Transformations ponctuelles

Définition 3 : Histogramme cumulé (1)

Nombre de pixels inférieurs à chaque niveau de gris

$$H_c : [0, N_{\max}] \longrightarrow [0, N]$$

$$i \longmapsto H_c(i) \text{ où } H_c(i) = \sum_{k=0}^i H(k)$$



Transformations ponctuelles

Définition 3 : Histogramme cumulé (2)

- **Propriétés**

- Toujours croissant

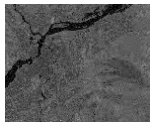
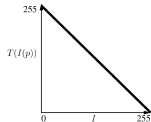
- $$H_c(N_{\max}) = \sum_{k=0}^{N_{\max}} H(k) = N$$

- **Propriétés de transition**

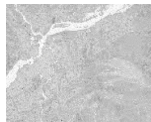
- $$\begin{cases} H_c(0) = H(0) \\ H_c(i) = H_c(i-1) + H(i) \quad \forall i \in [1, N_{\max}] \end{cases}$$
- $$\begin{cases} H(0) = H_c(0) \\ H(i) = H_c(i) - H_c(i-1) \quad \forall i \in [1, N_{\max}] \end{cases}$$

Transformations ponctuelles

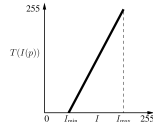
Transformations d'histogrammes



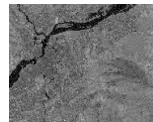
Image



Inversion



Binarisation



Étalement

Comment choisir le seuil de binarisation ?



Transformations ponctuelles

Transformations d'histogrammes

Inversion

$$T(i) = N_{\max} - i, \text{ avec } N_{\max}, \text{ le niveau de gris maximal}$$

Transformations ponctuelles

Transformations d'histogrammes

Inversion

$T(i) = N_{\max} - i$, avec N_{\max} , le niveau de gris maximal

Seuillage/Binarisation

$T(i) = \begin{cases} 1 & \text{Si } i > S \\ 0 & \text{Sinon.} \end{cases}$, avec S , un seuil à choisir



Transformations ponctuelles

Approche Otsu pour déterminer le seuil (1)

- **Objectif :** Déterminer automatiquement le seuil k séparant au mieux deux classes/objets présents C_0 et C_1
- **Principe utilisé :** Minimiser la variance au sein de chaque classe
- **Propriété utilisée :** Lien entre variance totale, variance intra-classe et variance inter-classe

Transformations ponctuelles

Approche Otsu pour déterminer le seuil (2)

- **Notations**

- μ_0, μ_1 : moyennes des classes
- w_0, w_1 : poids des classes
- μ_T : moyenne des niveaux de gris sur l'ensemble de l'image

- **Définitions importantes**

$$w_0\mu_0 + w_1\mu_1 = \mu_T \quad \text{avec } w_0 + w_1 = 1 \quad (3)$$

$$\sigma_{intra}^2 = w_0\sigma_0^2 + w_1\sigma_1^2 \quad (4)$$

$$\sigma_{inter}^2 = w_0(\mu_0 - \mu_T)^2 + w_1(\mu_1 - \mu_T)^2 = w_0w_1(\mu_1 - \mu_0)^2 \quad (5)$$



Transformations ponctuelles

Approche Otsu pour déterminer le seuil (3)

Propriété importante

$$\sigma_{intra}^2 + \sigma_{inter}^2 = \sigma_T^2, \quad (6)$$

Conséquence : minimiser la variance intra classe revient à maximiser la variance inter classe

$$\begin{aligned} k &= \operatorname{argmin}_k w_0(\mu_0 - \mu_T)^2 + w_1(\mu_1 - \mu_T)^2 \\ &= \operatorname{argmax}_k w_0 w_1(\mu_1 - \mu_0)^2 \end{aligned} \quad (7)$$



Transformations ponctuelles

Approche Otsu pour déterminer le seuil (4)

- Algorithme simple : parcourir l'ensemble des seuils possibles
- Algorithme rapide : 255 niveaux de gris à parcourir
- Astuce algorithmique : modifier les moyennes et variances successives par un simple jeu d'ajouts/suppressions des valeurs ajoutées/supprimées



Transformations ponctuelles

Approche par mélange de gaussienne pour déterminer le seuil (1)

- Une image bimodale peut être vue comme l'estimation de la fonction densité de probabilité de l'intensité : $p(x)$.
- Densité = superposition de deux densités unimodales correspondant aux deux régions à segmenter : $p(x) = P_1 p_1(x) + P_2 p_2(x)$, avec p_1 et p_2 , deux densités de probabilité gaussiennes, centrées respectivement en μ_1 et μ_2 (avec $\mu_1 < \mu_2$), et d'écart type respectif σ_1 et σ_2 .
- $P_1 + P_2 = 1$.



Transformations ponctuelles

Approche par mélange de gaussienne pour déterminer le seuil (2)

- Un seuil T peut être choisi de manière à séparer les deux modes.
- Erreur de classification :

$$E(T) = P_2 E_1(T) + P_1 E_2(T),$$

avec E_1 , la probabilité de se tromper en classant 2 en 1, et *vice versa*

- Minimisation atteinte lorsque : $P_1 E_1(T) = P_2 E_2(T)$.
- Résultat classique pour une même variance σ :

$$S = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} + \frac{\sigma^2}{\mu_1 + \mu_2} \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right).$$

conséquence de l'expression de minimisation en utilisant la définition de la fonction gaussienne



Transformations ponctuelles

Étalement/Modification de la dynamique

1. On a : $i \in [I_{\min}, I_{\max}]$.



Transformations ponctuelles

Étalement/Modification de la dynamique

1. On a : $i \in [I_{\min}, I_{\max}]$.
2. On souhaite : $i \in [0, N_{\max}]$.



Transformations ponctuelles

Étalement/Modification de la dynamique

1. On a : $i \in [I_{\min}, I_{\max}]$.
2. On souhaite : $i \in [0, N_{\max}]$.
3. On suppose une transformation affine : $T(i) = ai + b$.



Transformations ponctuelles

Étalement/Modification de la dynamique

1. On a : $i \in [I_{\min}, I_{\max}]$.
2. On souhaite : $i \in [0, N_{\max}]$.
3. On suppose une transformation affine : $T(i) = ai + b$.
4. On sait que $T(I_{\min}) = 0$ et $T(I_{\max}) = N_{\max}$.

D'où (1) $aI_{\min} + b = 0$ et (2) $aI_{\max} + b = N_{\max}$

$$(1) - (2) \text{ donne } a = \frac{N_{\max}}{I_{\max} - I_{\min}}$$



Transformations ponctuelles

Étalement/Modification de la dynamique

1. On a : $i \in [I_{\min}, I_{\max}]$.
2. On souhaite : $i \in [0, N_{\max}]$.
3. On suppose une transformation affine : $T(i) = ai + b$.
4. On sait que $T(I_{\min}) = 0$ et $T(I_{\max}) = N_{\max}$.
 D'où (1) $aI_{\min} + b = 0$ et (2) $aI_{\max} + b = N_{\max}$
 (1) - (2) donne $a = \frac{N_{\max}}{I_{\max} - I_{\min}}$
5. On obtient : $T(i) = \frac{N_{\max}}{I_{\max} - I_{\min}}(i - I_{\min})$.



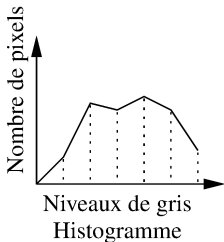
Transformations ponctuelles

Recadrage de la dynamique : propriétés

- Même raisonnement par morceaux (type d'objets)
- Étalement préserve la forme de l'histogramme
- Ré-hausse le contraste tout en préservant le degré d'importance/de saillance de chaque objet présent dans la scène
- **L'histogramme étalé obtenu est clairsemé car le nombre de niveaux de gris ne change pas.**

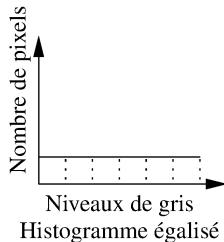
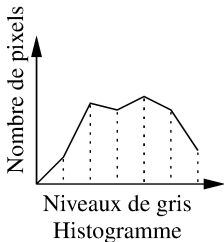
Transformations ponctuelles

Égalisation : principe



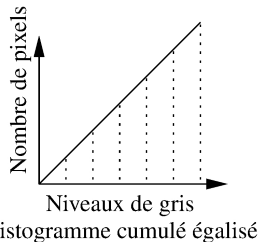
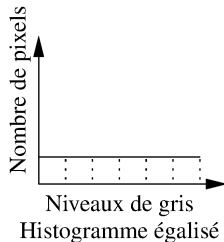
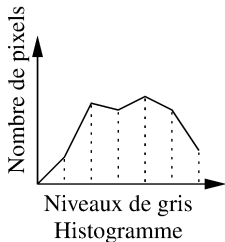
Transformations ponctuelles

Égalisation : principe



Transformations ponctuelles

Égalisation : principe





Transformations ponctuelles

Égalisation : définition

Transformation de l'histogramme cumulé

1. T telle que : $H'_c(T(i)) = H_c(i)$ où H'_c histogramme souhaité

Transformations ponctuelles

Égalisation : définition

Transformation de l'histogramme cumulé

1. T telle que : $H'_c(T(i)) = H_c(i)$ où H'_c histogramme souhaité
2. De plus, $H'_c(i) = \frac{N}{N_{\max}} \times (i + 1)$ où N est le nombre de pixels de l'image et N_{\max} le nombre de niveaux de gris.

Transformations ponctuelles

Égalisation : définition

Transformation de l'histogramme cumulé

1. T telle que : $H'_c(T(i)) = H_c(i)$ où H'_c histogramme souhaité
2. De plus, $H'_c(i) = \frac{N}{N_{\max}} \times (i + 1)$ où N est le nombre de pixels de l'image et N_{\max} le nombre de niveaux de gris.
3. Ainsi, $H'_c(T(i)) = \frac{N}{N_{\max}} \times (T(i) + 1)$.



Transformations ponctuelles

Égalisation : définition

Transformation de l'histogramme cumulé

1. T telle que : $H'_c(T(i)) = H_c(i)$ où H'_c histogramme souhaité
2. De plus, $H'_c(i) = \frac{N}{N_{\max}} \times (i + 1)$ où N est le nombre de pixels de l'image et N_{\max} le nombre de niveaux de gris.
3. Ainsi, $H'_c(T(i)) = \frac{N}{N_{\max}} \times (T(i) + 1)$.
4. On en déduit que $\frac{N}{N_{\max}} (T(i) + 1) = H_c(i)$

Transformations ponctuelles

Égalisation : définition

Transformation de l'histogramme cumulé

1. T telle que : $H'_c(T(i)) = H_c(i)$ où H'_c histogramme souhaité
2. De plus, $H'_c(i) = \frac{N}{N_{\max}} \times (i + 1)$ où N est le nombre de pixels de l'image et N_{\max} le nombre de niveaux de gris.
3. Ainsi, $H'_c(T(i)) = \frac{N}{N_{\max}} \times (T(i) + 1)$.
4. On en déduit que $\frac{N}{N_{\max}} (T(i) + 1) = H_c(i)$
5. D'où : $T(i) = \begin{cases} 0 & \text{Si } H_c(i) < \frac{N_{\max}}{N} \\ \frac{N_{\max} H_c(i)}{N} - 1 & \text{Sinon} \end{cases}$

Transformations ponctuelles

Égalisation : définition

Transformation de l'histogramme cumulé

1. T telle que : $H'_c(T(i)) = H_c(i)$ où H'_c histogramme souhaité
2. De plus, $H'_c(i) = \frac{N}{N_{\max}} \times (i + 1)$ où N est le nombre de pixels de l'image et N_{\max} le nombre de niveaux de gris.
3. Ainsi, $H'_c(T(i)) = \frac{N}{N_{\max}} \times (T(i) + 1)$.
4. On en déduit que $\frac{N}{N_{\max}} (T(i) + 1) = H_c(i)$
5. D'où : $T(i) = \begin{cases} 0 & \text{Si } H_c(i) < \frac{N_{\max}}{N} \\ \frac{N_{\max} H_c(i)}{N} - 1 & \text{Sinon} \end{cases}$

Problème : Cette transformation n'est pas définie si $H_c(i) < \frac{N}{N_{\max}}$.

Transformations ponctuelles

Égalisation : définition

Transformation de l'histogramme cumulé

1. T telle que : $H'_c(T(i)) = H_c(i)$ où H'_c histogramme souhaité
2. De plus, $H'_c(i) = \frac{N}{N_{\max}} \times (i + 1)$ où N est le nombre de pixels de l'image et N_{\max} le nombre de niveaux de gris.
3. Ainsi, $H'_c(T(i)) = \frac{N}{N_{\max}} \times (T(i) + 1)$.
4. On en déduit que $\frac{N}{N_{\max}} (T(i) + 1) = H_c(i)$
5. D'où : $T(i) = \begin{cases} 0 & \text{Si } H_c(i) < \frac{N_{\max}}{N} \\ \frac{N_{\max} H_c(i)}{N} - 1 & \text{Sinon} \end{cases}$

Problème : Cette transformation n'est pas définie si $H_c(i) < \frac{N}{N_{\max}}$.

Conséquence : L'histogramme égalisé ne sera pas égal à l'histogramme théorique attendu, c'est-à-dire que tous les éléments de l'histogramme égalisés ne seront pas égaux. .

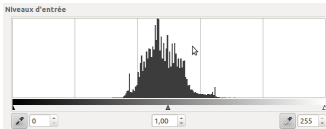
Transformations ponctuelles

Égalisation : propriétés

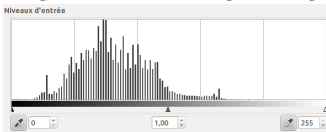
- À l'inverse de l'étalement, l'égalisation réhausse le contraste en faisant apparaître chaque population avec la même importance (c'est ce que nous avons voulu dire par chaque objet a le même niveau de contraste).
- **L'histogramme obtenu est clairsemé car le nombre de niveau de gris utilisé n'est pas augmenté, voire, il est diminué.**
- **La transformation calculée n'étant pas définie pour certaines valeurs de niveaux de gris, certains niveaux de gris sont perdus et nous obtenons donc des valeurs qui ne sont pas strictement égales d'un niveau de gris à l'autre.**

Transformations ponctuelles

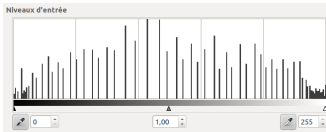
Égalisation : illustrations et comparaisons



Histogramme de l'image d'origine



Étalement de la dynamique



Égalisation

Transformations locales

Filtrage

- Amélioration de l'image
- Interprétation de l'image



Plan de la présentation

Tranformations d'images

- Types de transformation

- Transformations ponctuelles

- Transformations locales

Détection de contours

Transformations locales

Filtres linéaires : convolution

- **Principe** : le niveau de gris du pixel devient une somme pondérée des niveaux de gris de ses voisins



Transformations locales

Filtres linéaires : convolution

- **Principe** : le niveau de gris du pixel devient une somme pondérée des niveaux de gris de ses voisins
- **En continu**

$$I'(x, y) = (f * I)(x, y) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x', y') I(x - x', y - y') dx' dy'. \quad (8)$$

Transformations locales

Filtres linéaires : convolution

- **Principe** : le niveau de gris du pixel devient une somme pondérée des niveaux de gris de ses voisins
- **En continu**

$$I'(x, y) = (f * I)(x, y) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x', y') I(x - x', y - y') dx' dy'. \quad (8)$$

- **En discret**

$$I'(x, y) = \sum_{x'=-k}^k \sum_{y'=-l}^l F(k - x', l - y') I(x + x', y + y'). \quad (9)$$



Transformations locales

Notion de masque / de filtre

- Un masque ou un filtre = une région de taille strictement inférieure à l'image
- Ce masque ou ce filtre va nous permettre d'étudier l'image en parcourant toutes (ou une partie) des régions qui la composent qui ont exactement la même taille que ce masque ou ce filtre.
- Dans toutes les approches listées ensuite il est indispensable de stocker 2 éléments : l'image de départ et l'image de calcul qui deviendra l'image résultat.



Transformations locales

Filtres linéaires : convolution en pratique

Somme des poids = 1 pour conserver la dynamique entre 0 et 255

	250	151	198
	254	152	117
	195	251	223

Image

Transformations locales

Filtres linéaires : convolution en pratique

Somme des poids = 1 pour conserver la dynamique entre 0 et 255

	250	151	198
	254	152	117
	195	251	223

Image

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

Masque de convolution



Transformations locales

Filtres linéaires : convolution, voisinage et bordure

- **Notion de voisinage** : critère de similarité (niveaux de gris, couleur) ou critère d'adjacence
- **Stratégie aux bords de l'image** : quel impact sur les résultats ?
 - option `valid` en `matlab` : bords non traités
Image résultat sera plus petite
 - option `same` en `matlab` : Ajout d'une bordure nulle ← revient à ajouter une bordure noire
Image résultat de même taille
 - Calculs effectués de manière circulaire
Image résultat de même taille
 - option `full` en `matlab` : Ajout d'une bordure nulle de la taille du filtre
Image résultat plus grande



Transformations locales

Filtres linéaires : convolution, filtre moyenneur

$$F = \frac{1}{N_I \times N_C} \mathbf{1}_{N_I \times N_C}$$



Transformations locales

Filtres linéaires : convolution, filtre gaussien

1D

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

2D

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x-\mu_x)^2+(y-\mu_y)^2}{2\sigma^2}},$$

avec μ, μ_x, μ_y : moyennes et σ : écart type



Transformations locales

Filtres linéaires : convolution, filtre gaussien

1D

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

2D

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x-\mu_x)^2 + (y-\mu_y)^2}{2\sigma^2}},$$

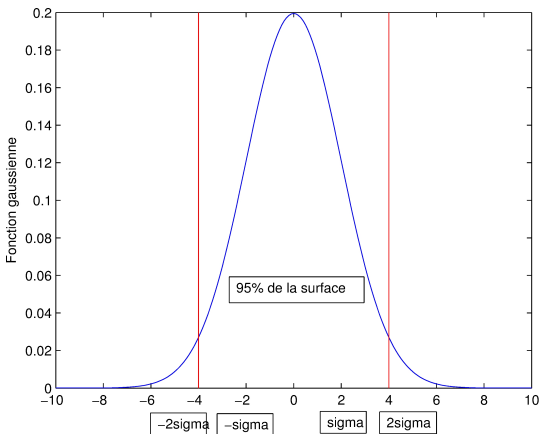
avec μ, μ_x, μ_y : moyennes et σ : écart type

Souvent $\mu, \mu_x, \mu_y = 0$ et σ dépend de la taille du masque et $\sigma = \frac{N_m}{4}$ où N_m : taille du masque



Transformations locales

Filtres linéaires : convolution, filtre gaussien





Transformations locales

Filtres linéaires : convolution, exemple de filtres gaussiens (1)

- 1D avec une taille de 5 et en 2D avec une taille de 3

$$F_5 = (f(-2) \quad f(-1) \quad f(0) \quad f(1) \quad f(2))$$

$$F_{3,3} = \begin{pmatrix} f(-1, -1) & f(-1, 0) & f(-1, 1) \\ f(0, -1) & f(0, 0) & f(0, 1) \\ f(1, -1) & f(1, 0) & f(1, 1) \end{pmatrix}$$



Transformations locales

Filtres linéaires : convolution, exemple de filtres gaussiens (2)

- Filtres simplifiés

$$F_5 = (f(2) \quad f(1) \quad f(0) \quad f(1) \quad f(2))$$

$$F_{3,3} = \begin{pmatrix} f(1,1) & f(0,1) & f(1,1) \\ f(0,1) & f(0,0) & f(0,1) \\ f(1,1) & f(0,1) & f(1,1) \end{pmatrix}$$

- Filtres normalisés

$$F_5^N = \frac{1}{f(0) + 2f(1) + 2f(2)} F_5 \quad \text{et} \quad F_{3,3}^N = \frac{1}{f(0,0) + 4f(0,1) + 4f(1,1)} F_{3,3}$$

Transformations locales

Filtres linéaires : convolution, filtre gaussien : comportement et comparaison

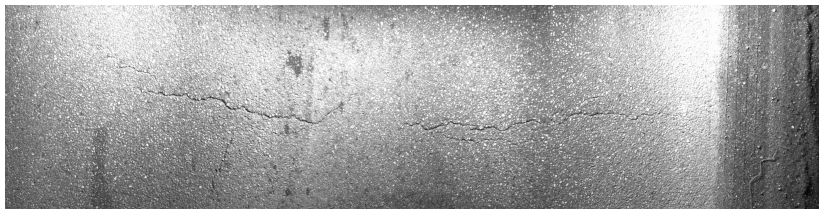
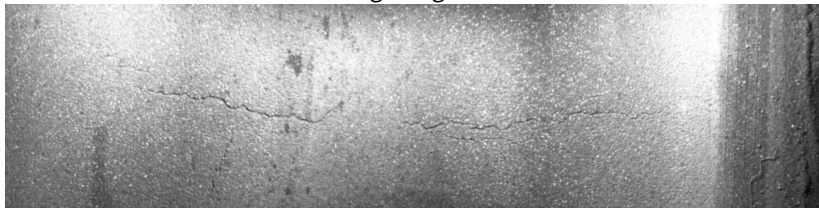


Image originale



Filtre gaussien 3 × 3



Transformations locales

Filtres linéaires : convolution, filtre gaussien : comportement et comparaison

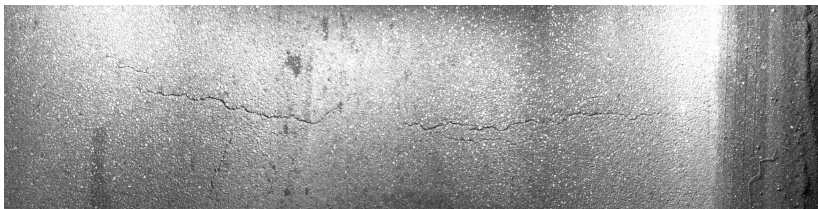
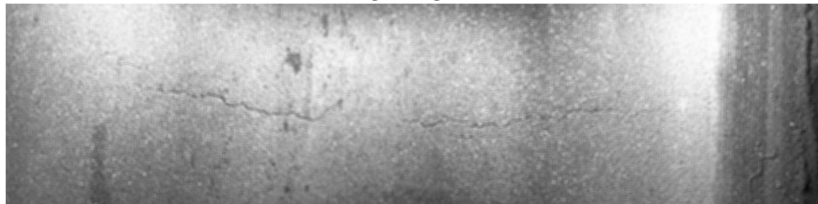


Image originale



Filtre moyennneur 9×9



Transformations locales

Filtres non linéaires : filtre médian et conservateur

- Les filtres linéaires présentés ne permettent pas d'éliminer facilement des bruits de type "poivre et sel".



Transformations locales

Filtres non linéaires : filtre médian et conservateur

- Les filtres linéaires présentés ne permettent pas d'éliminer facilement des bruits de type "poivre et sel".
- **Médian**

$$I'(x, y) = \text{med}\{\mathcal{V}(x, y)\}$$

Transformations locales

Filtres non linéaires : filtre médian et conservateur

- Les filtres linéaires présentés ne permettent pas d'éliminer facilement des bruits de type "poivre et sel".
- Médian**

$$I'(x, y) = \text{med}\{\mathcal{V}(x, y)\}$$

- Conservateur** : Version "plus douce" du filtre médian

$$I'(x, y) = \begin{cases} I_{\min}(x, y) & \text{Si } I(x, y) < I_{\min} \\ I_{\max}(x, y) & \text{Si } I(x, y) > I_{\max} \\ I(x, y) & \text{Sinon.} \end{cases}$$

où $I_{\min/\max}(x, y) = \min / \max(\mathcal{V}(x, y))$ et $I(x, y) \notin \mathcal{V}(x, y)$

Transformations locales

Filtres non linéaires : filtre médian et conservateur

	120	121	125
	100	35	45
	195	20	35

Image

Transformations locales

Filtres non linéaires : filtre médian et conservateur

120	121	125
100	35	45
195	20	35

Image

120	121	125
100	100	45
195	20	35

Filtre médian

Transformations locales

Filtres non linéaires : filtre médian et conservateur

	120	121	125
	100	35	45
	195	20	35

Image

	120	121	125
	100	100	45
	195	20	35

Filtre médian

	120	121	125
	100	35	45
	195	20	35

Filtre conservateur

Transformations locales

Filtres linéaires et non linéaires : résumé

FILTRE	Moyenne	Gaussien
PRINCIPE	Moyenne des niveaux de gris	Moyenne pondérée des niveaux de gris
INTÉRÊTS	Atténue bruits, texture (lissage)	Plus doux que la moyenne
INCONVÉNIENTS	Flou, atténue petits détails	Moins importants que la moyenne
FILTRE	Médian	Conservateur
PRINCIPE	Médiane des niveaux de gris	Médiane tronquée
INTÉRÊTS	Atténue bruit impulsionnel	Plus doux que la médiane
INCONVÉNIENTS	Supprime les coins	Non robuste aux images très bruitées



Ponctuel versus local

- Quel est l'intérêt d'utiliser des transformations ponctuelles plutôt que locales ?
- Ne permettent-elles pas de faire la même chose ?

Ponctuelle	Locale
Amélioration surtout du contraste	Amélioration surtout en supprimant les bruits
Permet d'étudier la dynamique de l'image et de la modifier	Permet d'étudier des primitives de l'image, comme les contours , cf. chapitre suivant